

МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ ИЗОБРАЖЕНИЙ, ПОЛУЧЕННЫХ С ПОМОЩЬЮ ТЕХНОЛОГИИ ФАЗОВОГО КОНТРАСТА

В данной статье рассмотрены методы для обработки изображений такие, как метод Фурье-преобразований, методы обратной проекции, а также итерационные методы. Также проведен анализ и сравнение данных методов с точки зрения эффективности, контрастности полученного изображения, а также скорости обработки.

This article describes methods for image processing, such as method of Fourier transform, back projection method and iterative methods. These methods were analyzed and compared in terms of efficiency, the contrast of the result image and processing speed.

Введение

Метод фазового контраста позволяет получить более контрастные изображения, нежели в традиционной рентгенографии, что позволяет повысить качество медицинского обследования. Чувствительность данного метода основывается на получении и обработке информации о фазовых сдвигах волн при прохождении через объект [1, 2, 3]. В связи с тем, что реализацию данной технологии труднее выполнять экспериментально, фазовый контраст еще не получил широкого распространения, но над этой технологии работают ведущие мировые научные физические центры Франции, Германии, США и России, имеющие электронные ускорители – синхротроны, которые являются источниками мощного рентгеновского излучения; а разработками вычислительных систем для аппаратов фазового контраста заняты научные организации Австралии, Франции, США и другие.

Аппараты, использующие технологию фазового контраста, позволяют получить информацию о сдвигах в фазах волн при прохождении через исследуемый объект. Сдвиг фазы определяет проекцию объекта при определенном положении источника рентгеновского излучения. Далее по полученной информации нужно восстановить срезы объекта. Методы, существующие для этого приведены ниже.

Методы для восстановления трехмерной функции объекта, которые получили наибольшее распространение в различных медицинских и других приложениях, можно разделить на два

основных класса: аналитические и итерационные (рис. 1).

Аналитические методы основаны на точных математических решениях уравнений восстановления изображения. В основе большинства из них используются аппарат преобразования Фурье и преобразования Радона.

Все аналитические методы реконструкции изображения теоретически эквивалентны, однако отличаются процедурой реализации. К данному классу методов относятся двумерное восстановление Фурье, метод обратного проецирования, а также метод обратной проекции с фильтрацией (рис. 2).

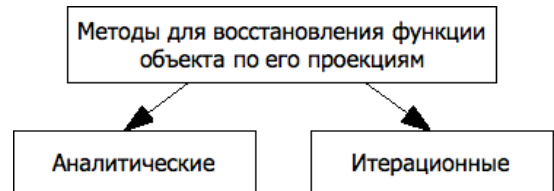


Рис. 1. Классификация методов для восстановления функции объекта по его проекциям



Рис. 2. Виды аналитических методов

Итерационные методы восстановления изображения используют аппроксимацию восстанавливаемого объекта массивом ячеек равной плотности, представляющих собой неизвестные величины, связанные системой линейных алгебраических уравнений, свободными членами которых являются отсчеты на проекции. Решаются системы уравнений итерационными методами, что и дало название данному классу ме-

тодов восстановления. В настоящее время известно несколько итерационных методов восстановления изображения (рис. 3). Отличаются они в основном последовательностью внесения поправок во время итерации.

Целью данной статьи является анализ методов восстановления.

Постановка задачи

Целью данной статьи является выделение наиболее эффективных методов обработки изображений по таким характеристикам, как контрастность изображения, а также скорость получения результата. Для этого проведен анализ существующих методов восстановления изображения по его проекциям, а также моделирование работы алгоритмов, основанных на данных методах, с последующим анализом.

1. Задача восстановления изображения

Для получения трехмерной функции $f(x, y, z)$ исследуемого объекта используют одномерные проекции ее двумерных сечений $f(x, y)$ при фиксированном z . Двумерное сечение исследуемого объекта описывается функцией плотности $f(x, y)$. За пределами сечения плотность предполагается равной нулю [4].

Аппарат фазового контраста генерирует плоскую волну в плоскости исследуемого сечения объекта, которая может быть представлена множеством плоских лучей. После прохождения рентгеновских лучей через сечение, измененные лучи воспринимаются детекторами [3]. Система трубка-детекторы вращается вокруг исследуемого сечения. С системой трубка – детектор связана подвижная система координат (u, v) , центр которой совпадает с центром системы (x, y) , а оси повернуты относительно неподвижной системы на угол θ . Направление лучей совпадает с координатой u (рис. 3).

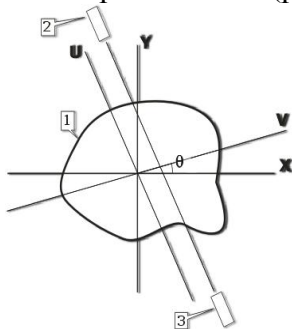


Рис. 3. Расположение объекта в системе:
1 – объект; 2 – источник излучения;
3 – приемник

Лучи определяются их расстоянием от начала координат (x, y) и углом поворота θ относительно неподвижной системы координат (x, y) . Любая точка функции $f(x, y)$ может быть задана как в системе (x, y) , так и в системе (u, v) , при этом координаты связаны уравнениями преобразования (1, 2).

$$x = v \cdot \cos(\theta) - u \cdot \sin(\theta) \quad (1)$$

$$y = v \cdot \sin(\theta) + u \cdot \cos(\theta)$$

и наоборот:

$$v = x \cdot \cos(\theta) + y \cdot \sin(\theta) \quad (2)$$

$$u = -x \cdot \sin(\theta) + y \cdot \cos(\theta)$$

Проекция, в общем случае, – это отображение N -мерной функции в $(N-1)$ -мерную функцию, получаемое путем ее интегрирования в заданном направлении. В рассматриваемом двухмерном случае за направление интегрирования выбирается ось u , совпадающая с направлением лучей рентгеновского источника. Тогда проекция p функции f будет определена как:

$$p_{\theta}(v) = \int f(x, y) du \quad (3)$$

или для подвижной системы координат, при различных θ получим набор проекций (4):

$$p_{\theta}(v) = \int f(u, v) du \quad (4)$$

где θ – угол, под которым получена проекция.

Таким образом, исходным материалом для задачи восстановления является набор проекций $p_{\theta}(v)$, полученных под разными углами θ . В любом практическом случае количество проекций ограничено, тем не менее, при определенных допущениях восстановление можно выполнить по конечному числу проекций.

Задача восстановления, практически заключающаяся в решении интегрального уравнения (4), может быть сформулирована следующим образом: по конечному числу проекций $p_{\theta}(v)$, измеренных под разными углами и заданных в свою очередь дискретно, требуется восстановить значение функции $f(u, v)$. Количество проекций существенно влияет на точность восстанавливаемого изображения.

Все многочисленные вычислительные алгоритмы, применяемые для решения этой задачи, чтобы найти в некотором отношении оптимальную оценку решения в заданном классе искомых функций f .

2. Аналитические методы

Методы, основанные на преобразовании Фурье, являются самыми естественными и мощными способами для решения поставленной задачи. В этом методе выполняется переход от функции $f(x, y)$ к ее Фурье образу $F(\omega_x, \omega_y)$ и соответственно от $f(u, v)$ к Фурье образу $F(U, V)$, где $U = \omega_x, V = \omega_y$ – повернутые на угол координаты в Фурье-плоскости.

Одним из основных свойств преобразования Фурье является его линейность, из чего следует, что если исходная функция поворачивается на угол θ , то соответствующее преобразование Фурье тоже поворачивается на угол θ . Данный метод основывается на теореме о проекциях и сечениях, которая заключается в том, что Фурье-образ искомой функции в точках Фурье-плоскости, лежащих на прямой, есть одномерный Фурье-образ соответствующей проекции. Это так называемая теорема о проекциях и сечениях (5) [7].

$$F(\omega_x, \omega_y) = F(|V| \cdot \cos(\theta), |V| \cdot \sin(\theta)) = P_\theta(V) \tag{5}$$

Теорема позволяет вычислить Фурье образ искомой функции во всех точках Фурье плоскости. Вычисляя Фурье образ проекции при разных θ , а затем по формуле обратного преобразования Фурье (6) восстановить саму функцию.

$$f(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega_x, \omega_y) \exp(-i\omega_x x + i\omega_y y) d\omega_x d\omega_y \tag{6}$$

При переходе в полярные координаты можно получить эквивалентную формулу (7), на которой построен ряд конкретных вычислительных алгоритмов.

$$f(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_0^\pi \Phi^{-1} \{ \Phi \{ P_\theta(v) \} |V| \} d\theta \tag{7}$$

Достоинством данного метода является возможность аналитически оценить детальность получаемого изображения, а также сравнительно небольшой объем вычислений.

Основной недостаток данного метода состоит в его неустойчивости к помехам.

3. Метод обратной проекции

Данный метод оценивает плотность $f(x, y)$ в любой точке сечения посредством сложения лучевых сумм для всех лучей, проходящих через искомую точку.

Восстановление $f(x, y)$ производится путём обратного проектирования каждой проекции через плоскость, т.е. величина сигнала, соответствующая данной лучевой сумме, прикладывается ко всем точкам, которые образуют этот луч. После того, как это сделано для всех проекций, получается приближённая аппроксимация исходного объекта. Для каждой точки изображения восстановленная плотность является суммой всех лучевых проекций, которые проходят через эту точку. Поэтому метод обратной проекции иногда называется методом суммирования или линейной суперпозиции. Математическое описание метода обратной проекции может быть представлено следующим образом:

если в (7) принять $|V| = 1$, тогда

$$f(x, y) = \int_0^\pi p_\theta(v) d\theta \tag{8}$$

В случае измерения конечного числа проекций:

$$f(x, y) = \sum_i^M p_\theta(x \cdot \cos(\theta_i) + y \cdot \sin(\theta_i)) \Delta\theta_i \tag{9}$$

где суммирование производится по всем углам проекции:

$$v = (x \cdot \cos(\theta_i) + y \cdot \sin(\theta_i)) \tag{10}$$

Аргумент соответствует только тем лучам, которые проходят через точку, коэффициент представляет угловое расстояние между соседними проекциями, M – количество проекций. К сожалению, величина, полученная с помощью уравнения (9), не идентична истинной плотности, за счет того, что количество проекций ограничено.

Для того чтобы обозначить причину невысокой точности метода обратной проекции, рассмотрим пример: предположим, что восстанавливаемый объект состоит из одной точки. Тогда результат восстановления по проекциям методом суммирования будет представлять собой не точку, а многолучевую звезду, центр которой находится в восстанавливаемой точке (рис. 4).

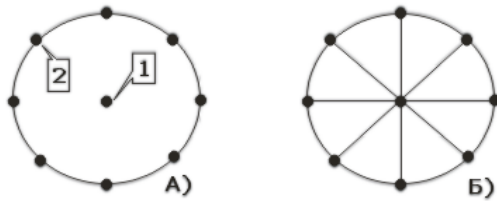


Рис. 4. Восстановление точечного объекта методом обратной проекции.

а) исследуемый объект и его проекции.

б) результат после обратного проецирования

Достоинством метода является высокая скорость восстановления, в чем можно убедиться при моделировании.

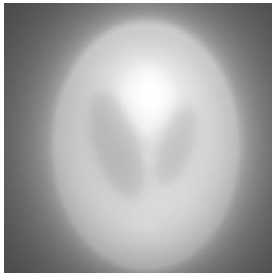


Рис. 5. Результат восстановления фантома с помощью метода обратной проекции (90 снимков)

Однако это достоинство ведет за собой недостатки: невысокая точность полученного результата (Рис. 5), которая возникает за счет недостаточного числа дискретных проекций, усечением области частот Фурье-преобразования, а также ошибки интерполяции в частотной области.

4. Метод обратной проекции с фильтрацией свертки

Данный метод аналогичен методу обратной проекции, но дает более точные результаты восстановления за счет того, что профили до обратного проецирования модифицируются или фильтруются, т.е. в (7) $|V| \neq 1$. Это преобразование позволяет вывести эффект затемнения, присущий методу обратной проекции. Именно модификация профилей достаточно точно компенсирует ложный сигнал, создающий нерезкое изображение при обратном проецировании.

Математическое обоснование данного метода приведено ниже: предположим, что есть Фурье-образ некоторой функции,

$$K(v) = \Phi^{-1} \{ |V| \} = \int_{-\infty}^{\infty} |V| \exp(i v V) dV \quad (11)$$

тогда произведение на Фурье-образ проекции можно рассматривать как Фурье-образ свертки самой проекции и

$$f(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_0^\pi \Phi^{-1} \{ \Phi \{ p_\theta(v) \otimes K(v) \} \} d\theta \quad (12)$$

из (7) следует, что выражение, описывающее метод обратного проецирования с фильтрацией сверткой при измерении конечного числа проекций будет иметь вид:

$$f(x, y) = \sum_i^M G_\theta(v) (x \cdot \cos(\theta_i) + y \cdot \cos(\theta_i)) \Delta \theta_i \quad (13)$$

где $G_\theta(v)$ – результат свертки измерений проекции с некоторой функцией, называемой ядром свертки. Как и в методе обратного проецирования – суммирование идет по M – количеству проекций, а коэффициент представляет угловое расстояние между соседними проекциями. Так как ядро существенно влияет на качество восстанавливаемого изображения, его выбор является предметом тщательного исследования с учетом особенностей объекта, подлежащего восстановлению.

Достоинствами этого метода являются: увеличение качества и точности изображения в 15-20 раз (в этом можно убедиться, сравнив рис. 5 и 6); процесс вычислений для восстановления функции $f(x, y)$ может идти почти одновременно с получением проекции (как только получена новая проекция, осуществляется ее свертка с ядром и производятся последующие вычисления).

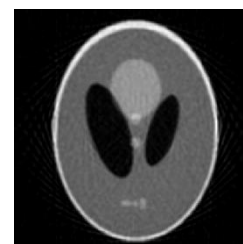


Рис. 6. Результат восстановления фантома с помощью метода обратной проекции с фильтрацией (90 снимков)

Недостаток заключается в более трудоемких вычислениях, а также существенно то, что данный метод не является помехоустойчивым.

5. Итерационные методы восстановления

Данный класс методов использует последовательные приближения, при которых изна-

чально выбирается произвольное изображение и рассчитываются для него проекции. Далее в изображении вводятся поправки для улучшения согласования этих проекций с проекциями полученными экспериментально. Проводится необходимое количество итераций для получения удовлетворительной сходимости.

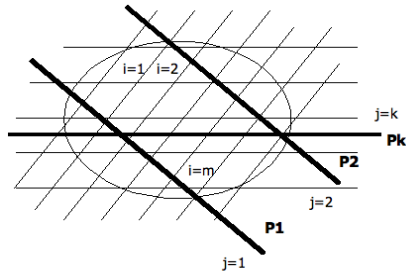


Рис. 7. Разбиение сечения на однородные участки

Алгебраические методы восстановления состоят в том, что в сечение объекта разбивается на M участков, в каждом из которых значение функции $f(x, y)$ приближенно принимается постоянным (рис. 7), можно свести интегральное уравнение (4) к системе алгебраических уравнений вида:

$$P_j = \sum_{i=1}^M t_{ij} \cdot f_i \tag{13}$$

Здесь P_j – один из элементов проекции, f_i – искомое значение функции в i -ом элементе сечения, t_{ij} – геометрический коэффициент – длина пути j -го луча наблюдения в i -ом элементе сечения. t_{ij} образуют матрицу коэффициентов системы (13).

При большом числе элементов M сечения решение системы неустойчиво по отношению к погрешностям измерения P_j и даже к погрешностям вычислений. Такие системы, как правило, решают методом последовательных приближений или с использованием приемом статистической регуляризации.

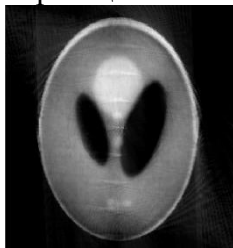


Рис. 8. Результат восстановления фантома с помощью итерационного метода (90 снимков, 1 итерация)

Итерационные алгоритмы обладают следующими существенными достоинствами:

- при их построении не требуется определять обратный оператор;
- достаточно просто синтезируются нелинейные итерационные алгоритмы, учитывающие априорную информацию о восстанавливаемом изображении;
- при реализации этих методов возможна работа в интерактивном режиме, позволяющая сделать компромиссный выбор между качеством восстановления и временем обработки.
- в работах Гордона, а также Мюллера было доказано, что для восстановления изображения алгебраическими методами требуется меньшее количество проекций, нежели аналитическими [8, 9].

Однако общим недостатком итерационных алгоритмов является их низкая вычислительная эффективность, обусловленная итеративным характером вычислений. Тем не менее, ряд итерационных алгоритмов находит свое применение. К сожалению, отсутствуют формальные подходы, позволяющие определить целесообразность использования именно итерационных алгоритмов. Вопросы о том, когда их следует использовать и сколько итераций необходимо выполнить, решаются в каждом конкретном случае исходя из практического опыта.

6. Сравнение методов

В данной части рассмотрены результаты моделирования восстановления изображения с помощью наиболее оптимальных методов: итерационного метода (ART) и метода обратной проекции с фильтрацией свертки.

Моделирование выполнялось с помощью интерактивного пакета learnCT, который позволяет выполнить восстановление изображения по его проекциям различными методами с применением различных фильтров. Объектом исследований был выбран фантом Шеппа-Логана (Рис. 9).



Рис. 9. Фантом Шепп-Логан

Скорость выполнения восстановления для обоих методов приведена на графике 1.

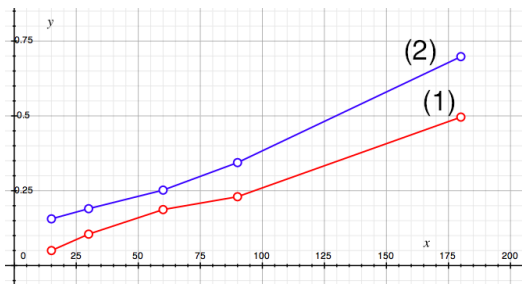
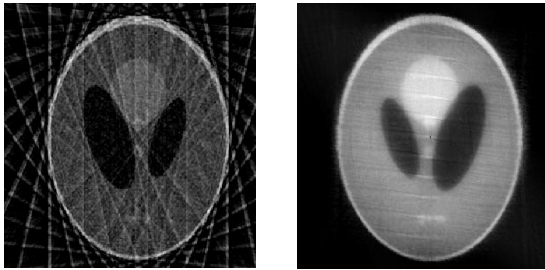


Рис. 8. График зависимости скорости восстановления от количества проекций для методов обратной проекции с фильтрацией (1) и итерационного метода (2)

Можно заметить, что скорость итерационного метода ниже скорости метода обратной проекции в 1,5-2 раза. Однако на рис. 10 видно, что итерационный метод дает более точные изображения при малом количестве проекций, нежели метод обратной проекции.



а) метод обратной проекции с фильтрацией
б) итерационный метод

Рис. 10. Результаты восстановления для 15 проекций

Заключение

Среди рассмотренных выше методов, наименее используемым методом является Фурье-метод, за счет потерь данных (при интерполировании их из полярных координат в декартовы), а также трудоемких обратных преобразований Фурье.

Метод обратной проекции может быть использован для увеличения скорости восстановления, но в случае его использования качество полученного изображения будет ниже. Повысить качество изображения в 15-20 раз можно за счет использования метода обратной проекции с фильтрацией свертки, также на качество использования данного метода будет влиять выбор ядра.

Итерационные методы более трудоемки за счет множества итераций, однако они позволяют получить более качественные изображения при малом числе снимков, нежели аналитические методы. Также итерационные методы можно оптимизировать, что увеличит скорость восстановления. Достоинство этих методов заключается в том, что при обработке в интерактивном режиме можно сделать выбор между качеством восстановления и временем обработки. Итерационные методы более легки в реализации, нежели аналитические методы, за счет того, что в последних присутствуют Фурье-преобразования. Определение же целесообразности использования итерационных алгоритмов более сложная задача.

Список литературы

1. Bech M. X-ray imaging with a grating interferometer / Martin Bech // Journal of Synchrotron Radiation. – 2009. – № 6. – С. 1-116.
2. Davis T. Phase contrast imaging of weakly absorbing materials using hard x-rays / T. Davis, D. Gao, T. Gureyev, A. Stevenson, S. Wilkins // Nature. – 1995. – № 373. – С. 595-598.
3. Bronnikov A.V. Theory of quantitative phase-contrast computed tomography / A.V. Bronnikov // Journal of the Optical Society of America. – 2002. – № 19. – С. 472-480.
4. Хермен Г. Восстановление изображений по проекциям. Основы реконструктивной томографии. / Хермен Г. – Москва: Мир, 1983. – 349 с. – (ТИИЭР; т.71 №3).
5. Цифровая обработка изображений в информационных системах / [И.С. Грузман, В.С. Киричук, В.П. Косых, Г.И. Перетягин, А.А. Спектор] – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2002. – 352 с.
6. Тихонов А.Н. Математические задачи компьютерной томографии. / Тихонов А.Н., Арсенин В.Я., Тимонов А.А. – Москва: Наука, 1987. – 160 с.
7. Как А.С. Principles of Computerized Tomographic Imaging / A.C. Kak, Malcolm Slaney // Engineering. – 1988. – № 33.1. – С. 327.
8. Wojciech Chlewicki. 3D Simultaneous Algebraic Reconstruction Technique for Cone-Beam Projections: Master of Science Thesis / Wojciech Chlewicki. – UNIVERSITY OF PATRAS, 2001. – С. 57.
9. Guan, H. Computed tomography using algebraic reconstruction techniques (ARTs) with different projection access schemes: a comparison study under practical situations. / Guan H., Gordon R. // Physics in Medicine and Biology. – 1996. – № 9. – С. 1727-1743.